

- 1) Exprimer l'erreur d'interpolation polynomiale, ainsi que les conditions pour sa validité.
- 2) Donner la définition d'interpolation par morceaux
- 3) Démontrer le théorème suivant, en complétant l'encadré $\square$

Théorème (Interpolation linéaire par morceaux) Soit $[a, b]$ un intervalle. Il existe une constante C , telle que $\forall f \in C^2([a, b])$, $\forall h > 0$

$$\max_{t \in [a, b]} |f(t) - \pi_h^h f(t)| \leq$$

1) Donner la définition de différence Gire centrée d'une fonction.

2) Démontrer le théorème suivant, en complétant les incadrés $\square$

Théorème (Différence Gire centrée) Soit $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ dans $\square$, $x_0 \in [a, b]$ et $H > 0$.

Alors $\forall 0 < h \leq H$

$$\left| f'(x_0) - \frac{f(x_0+h) - f(x_0-h)}{2h} \right| \leq \square$$

- 1) Donner la définition de formule de quadrature en explicitant les notations
- 2) Donner la définition de degré d'exactitude d'une formule de quadrature
- 3) Démontrez le théorème suivant en complétant l'encadré

Théorème (poids d'interpolation) Soit J une formule de quadrature avec M nœuds.

J est exacte de degré $M-1$ $\Leftrightarrow$

$w_j = \quad \quad \quad j = 1, \dots, M$

1) Donner la définition d'une méthode de point fixe

2) Démontrer le Théorème suivant, en complétant l'incadré

Théorème (convergence locale) Soit $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dans $C^1(\mathbb{R})$ et $\alpha \in \mathbb{R}$ tq $g(\alpha) = \alpha$.

Alors $\exists \varepsilon > 0 \ \forall x_0 \in [\alpha - \varepsilon, \alpha + \varepsilon]$, la méthode de point fixe converge vers α .

De plus, $\exists 0 < c < 1$ telle que $\forall n = 0, 1, \dots$



Soit $\lambda > 0$. Nous sommes intéressé au problème modèle

$$\begin{cases} \dot{y}(t) = -\lambda y(t) & t > 0 \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

1) Donner la définition de stabilité d'un schéma numérique pour ce problème

A) 2) Écrire le schéma d'Euler progressif et donner la condition de stabilité

3) Démontrer la condition de stabilité

B) Comme A, mais pour Euler rétrograde.